Produto de Matrizes

Sejam A_{mxn} e B_{pxq} duas matrizes, temos que o produto $A_{mxn} \cdot B_{pxq}$ será a matriz C de ordem mxq, caso tenhamos $n = p$, ou seja, o número de colunas de A seja igual ao número de linhas de B.

Os elementos de C (matriz produto) serão da seguinte maneira:

$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \cdots + a_{in} \cdot b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Um fato a se atentar, é que nem sempre o produto AB será igual ao produto BA.

Produto de Matrizes

De uma maneira informal, podemos dizer que o produto AB é resultante da multiplicação das linhas de A pelas colunas de B. Caso seja o produto BA, inverte-se a ordem, multiplica-se as linhas de B pelas colunas de A.

Exemplo 1: Exercício resolvido e comentado no livro, aula 3.

Produto de Matrizes

Exemplo 2: Dadas as matrizes $A_{2x2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ e $B_{2x3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{bmatrix}$, calcule AB. Podemos calcular BA?

Temos que AB é válida, pois o número de colunas de A é igual ao número de linhas de B.

Sendo $C = AB$, temos que a ordem de C será igual a $2x3$.
Com isso, temos que os elementos de C serão da seguinte maneira:

$$
\begin{gathered}
c_{11} = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 4 = 8 \\
c_{12} = a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 7 \\
c_{13} = a_{11} \cdot b_{13} + a_{12} \cdot b_{23} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 14 \\
c_{21} = a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 4 = 16 \\
c_{22} = a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 = 15 \\
c_{23} = a_{21} \cdot b_{13} + a_{22} \cdot b_{23} = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 = 32
\end{gathered}
$$

Logo temos que $AB = C_{2x3} = \begin{bmatrix} 8 & 7 & 14 \\ 16 & 15 & 32 \end{bmatrix}$